

Le operazioni in N e le loro proprietà

OPERAZIONE	PROPRIETÀ	ESEMPI
Addizione	<ul style="list-style-type: none"> Interna a N (ovvero la somma di due numeri naturali è sempre un numero naturale) Commutativa $a + b = b + a$ Associativa $(a + b) + c = a + (b + c)$ Esiste l'elemento neutro $a + 0 = 0 + a = a$ 	$2 + 3 = 3 + 2$ $(2 + 3) + 5 = 2 + (3 + 5)$ $3 + 0 = 0 + 3 = 3$
Sottrazione	<ul style="list-style-type: none"> Non interna a N Non commutativa Non associativa Invariantiva: la differenza tra due numeri naturali non cambia se a entrambi si aggiunge o si toglie (purché sia possibile effettuare la sottrazione in N) uno stesso numero $a - b = (a + c) - (b + c)$ $a - b = (a - c) - (b - c)$ 	$5 - 7$ non è eseguibile in N $3 - 2 \neq 2 - 3$ $(5 - 3) - 2 \neq 5 - (3 - 2)$ $7 - 4 = (7 + 3) - (4 + 3)$ $7 - 4 = (7 - 3) - (4 - 3)$ Aggiungendo e sottraendo 3 ai due numeri
Moltiplicazione	<ul style="list-style-type: none"> Interna a N (ovvero il prodotto di due numeri naturali è sempre un numero naturale) Commutativa $a \cdot b = b \cdot a$ Associativa $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ Esiste l'elemento neutro $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ Distributiva rispetto all'addizione e alla sottrazione a sinistra $a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c$ a destra $(a \pm b) \cdot c = a \cdot c \pm b \cdot c$ Legge di annullamento del prodotto $a \cdot b = 0$ se e solo se $a = 0$ o $b = 0$ 	$2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$ $(2 \cdot 3) \cdot 5 = 2 \cdot (3 \cdot 5)$ $2 \cdot 1 = 1 \cdot 2 = 2$ $2 \cdot (10 + 15) = 2 \cdot 10 + 2 \cdot 15$ $(6 + 7) \cdot 8 = 6 \cdot 8 + 7 \cdot 8$
Divisione	<ul style="list-style-type: none"> Non interna a N Non commutativa Non associativa Distributiva a destra (ma non a sinistra!) rispetto all'addizione $(a + b) : c = a : c + b : c$ (purché tutte le divisioni siano possibili in N) Invariantiva: il quoziente di due numeri non cambia se il dividendo e il divisore vengono moltiplicati o divisi (purché la divisione sia possibile in N) per uno stesso numero diverso da 0 	$5 : 7$ non è eseguibile in N $4 : 2 \neq 2 : 4$ $(12 : 6) : 2 \neq 12 : (6 : 2)$ $(99 + 9) : 9 = 99 : 9 + 9 : 9$ $(99 : 9) = (99 \cdot 3) : (9 \cdot 3)$ $(99 : 9) = (99 : 3) : (9 : 3)$ Moltiplicando e dividendo per 3 il dividendo e il divisore

Attenzione!

Una divisione in cui il *divisore* è 0 **non** è definita: perciò *non si attribuisce alcun significato* a scritture quali:

$$6 : 0 \quad 11 : 0 \quad \frac{1000}{0} \quad \text{Senza significato!}$$

Invece una divisione in cui il *dividendo* è 0 (e il divisore è diverso da 0) dà come quoziente 0.

Le operazioni in Z

COME CALCOLARE...	SEGNO	VALORE ASSOLUTO	ESEMPI
... la somma di due interi concordi	è uguale a quello dei due addendi	è uguale alla <i>somma</i> dei valori assoluti dei due addendi	$(-4) + (-5) = -(4 + 5) = -9$ segno uguale a quello dei due addendi valore assoluto uguale alla somma dei valori assoluti dei due addendi
... la somma di due interi discordi	è uguale a quello dell'addendo che ha valore assoluto maggiore	è uguale alla <i>differenza</i> fra il valore assoluto maggiore e quello minore dei due addendi	$(+2) + (-4) = -(4 - 2) = -2$ segno uguale a quello di -4 che, fra i due addendi, è quello di valore assoluto maggiore valore assoluto uguale alla differenza dei valori assoluti dei due addendi
... il prodotto di due interi	è + se i due numeri sono <i>concordi</i> , è - se sono <i>discordi</i>	è uguale al <i>prodotto</i> dei valori assoluti dei due numeri	$(-3) \cdot (-7) = +(3 \cdot 7) = +21$ segno + perché i due fattori sono concordi prodotto dei valori assoluti dei due fattori
... il quoziente di due interi (divisibili in Z)	è + se i due numeri sono <i>concordi</i> , è - se sono <i>discordi</i>	è uguale al <i>quoziente</i> dei valori assoluti dei due numeri	$(-16) : (+4) = -(16 : 4) = -4$ segno - perché i due numeri sono discordi quoziente dei valori assoluti dei due numeri

Le potenze e le loro proprietà

TIPO DI POTENZA	DEFINIZIONE	ESEMPI
Potenza a esponente intero positivo maggiore di 1	$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ volte}}$	$(-2)^2 = \underbrace{(-2) \cdot (-2)}_{2 \text{ volte}} = +4$ $(-3)^3 = \underbrace{(-3) \cdot (-3) \cdot (-3)}_{3 \text{ volte}} = -27$
Potenza a esponente 1	$a^1 = a$	$3^1 = 3$ $(-2)^1 = -2$
Potenza a esponente 0	$a^0 = 1$, con $a \neq 0$	$3^0 = 1$ $(-2)^0 = 1$

PROPRIETÀ DELLE POTENZE	IN SIMBOLI	ESEMPI
Prodotto di potenze aventi la stessa base	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$2^{12} \cdot 2^8 = 2^{12+8} = 2^{20}$
Quoziente di potenze aventi la stessa base	$a^m : a^n = a^{m-n}$	$2^{12} : 2^8 = 2^{12-8} = 2^4$
Potenza di potenza	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6$
Potenza di un prodotto	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$(5 \cdot 7)^2 = 5^2 \cdot 7^2$
Potenza di un quoziente	$(a : b)^n = a^n : b^n$	$(8 : 2)^2 = 8^2 : 2^2$

Attenzione!

1. Nota che $-a^n \neq (-a)^n$. Per esempio:

$$-2^4 = \underbrace{-2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{\text{la base è } 2} = -16 \quad \text{mentre} \quad (-2)^4 = \underbrace{(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)}_{\text{la base è } -2} = +16$$

2. Il simbolo 0^0 è indefinito.

3. Nota che $(a + b)^n \neq a^n + b^n$ e $(a - b)^n \neq a^n - b^n$. Per esempio:

$$(1 + 1)^3 = 2^3 = 8 \quad \text{mentre} \quad 1^3 + 1^3 = 1 + 1 = 2$$

Il linguaggio fondamentale in N e in Z

DOMANDE	RISPOSTE	ESEMPI
Dati due numeri naturali a e b , quando a si dice multiplo di b ?	Quando esiste un numero naturale q tale che: $a = q \cdot b$	$20 = \underbrace{5}_a \cdot \underbrace{4}_q$ quindi 20 è multiplo di 4
In quali modi equivalenti si può esprimere la frase « a è multiplo di b »?	<ul style="list-style-type: none"> «b è un divisore di a» «b divide a» «a è divisibile per b» 	«20 è multiplo di 4» equivale a «4 è un divisore di 20», oppure a «4 divide 20» oppure a «20 è divisibile per 4»
Quando un numero naturale si dice primo ?	Quando è maggiore di 1 ed è divisibile soltanto per se stesso e per il numero 1.	<ul style="list-style-type: none"> 5 è primo 6 non è primo (è divisibile, oltre che per se stesso e per 1, per 2 e per 3)
Quali sono i principali criteri di divisibilità ?	Un numero è divisibile per: <ul style="list-style-type: none"> 2 se termina con una cifra pari 3 o 9 se lo è la somma delle sue cifre 5 se termina per 0 o per 5 4 o 25 se lo è il numero formato dalle ultime sue due cifre o se termina con due zeri 11 se lo è la differenza tra la somma delle cifre di posto dispari e la somma delle cifre di posto pari, contate a partire da destra 	<ul style="list-style-type: none"> 134 è divisibile per 2 213 è divisibile per 3 (perché $2 + 1 + 3 = 6$ è divisibile per 3) 125 e 120 sono divisibili per 5 1316 è divisibile per 4 (perché lo è 16); 375 è divisibile per 25 (perché lo è 75) 495 è divisibile per 11 perché lo è $5 + 4 - 9 = 0$ (0 è divisibile per qualsiasi numero naturale diverso da zero, in particolare è divisibile per 11)
Che cos'è il massimo comune divisore tra due o più numeri naturali diversi da zero, e come si calcola?	È il più grande fra i loro divisori comuni. Si può calcolare scomponendo i numeri dati in fattori primi e considerando il prodotto dei fattori primi <i>comuni</i> a tutti i numeri assegnati, presi una sola volta, ciascuno con il <i>minimo</i> esponente con cui figura nelle scomposizioni.	$12 = 2^2 \cdot 3$, $30 = 2 \cdot 5 \cdot 3$, $80 = 2^4 \cdot 5$ Osserviamo che 2 è l'unico fattore primo comune a tutti e tre i numeri dati e che l'esponente minimo con cui compare nelle scomposizioni è 1; quindi: $M.C.D.(12, 30, 80) = 2$
Quando due numeri si dicono primi fra loro o coprimi ?	Quando il loro massimo comune divisore è 1.	<ul style="list-style-type: none"> 12 e 35 sono primi tra loro 12 e 15 non sono primi tra loro (perché il loro massimo comune divisore è 3)
Che cos'è il minimo comune multiplo tra due o più numeri naturali diversi da zero, e come si calcola?	È il più piccolo fra i multipli comuni, diversi da 0. Si può calcolare scomponendo i numeri dati in fattori primi e considerando il prodotto dei fattori primi <i>comuni e non comuni</i> a tutti i numeri assegnati, presi una sola volta, ciascuno con il <i>massimo</i> esponente con cui figura nelle scomposizioni.	$12 = 2^2 \cdot 3$, $90 = 2 \cdot 5 \cdot 3^2$, $40 = 2^3 \cdot 5$ I fattori comuni e non comuni sono 2, 3 e 5, e i massimi esponenti con cui questi tre numeri compaiono nelle scomposizioni sono rispettivamente 3, 2 e 1; quindi: $m.c.m.(12, 90, 40) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$
Quali numeri si dicono interi ?	I numeri ottenuti attribuendo a ciascun numero naturale un segno + o un segno -. L'insieme dei numeri interi si indica con la lettera Z.	Sono numeri interi: -7, +1, 0, -10, +100
Quando due numeri si dicono concordi o discordi ?	Sono concordi se sono preceduti dallo stesso segno; sono discordi in caso contrario.	-4 e -3 sono concordi +2 e +5 sono concordi -2 e +3 sono discordi
Che cos'è il valore assoluto di un numero intero?	È il numero stesso, se esso è maggiore o uguale a 0, è il suo opposto in caso contrario.	$ -3 = -(-3) = +3$ $ +4 = +4$
Quando due numeri si dicono opposti ?	Quando hanno lo stesso valore assoluto e segno contrario	-2 e +2 sono opposti +5 e -5 sono opposti

Completa.

- 1** Fra le quattro operazioni di addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione, le uniche due che sono interne a \mathbb{N} sono la e la
- 2** $103 + 0 = \dots$ e $20 \cdot 1 = \dots$
- 3** Per la proprietà commutativa dell'addizione $10 + 99 = \dots + \dots$
- 4** Per la proprietà associativa dell'addizione $(1 + 10) + 100 = 1 + (\dots + \dots)$
- 5** Per la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione possiamo scrivere:
 $\dots \cdot (10 + \dots) = 6 \cdot 10 + 6 \cdot 7$
- 6** In base alla proprietà della possiamo scrivere: $(77 + 7) : 7 = 77 : 7 + 7 : 7$
- 7** In base alla proprietà della possiamo scrivere: $(5 + 100) - (3 + 100) = 5 - 3$
- 8** $35 = 7 \cdot 5$, quindi 7 e 5 sono di 35.
- 9** $12 = 2^2 \cdot 3$, quindi 12 è divisibile, oltre che per 1 e per se stesso, per 2,, 3,
- 10** 10 è multiplo di e di
- 11** $45 = 9 \cdot 5$, quindi 45 è di 9 e di 5.
- 12** Il valore assoluto di -7 è
- 13** I due numeri -10 e sono opposti.
- 14** I due numeri -4 e sono concordi.
- 15** I due numeri $+3$ e sono discordi.
- 16** I due numeri -3 e sono diversi ma hanno lo stesso valore assoluto.
- 17** Fra le quattro operazioni elementari, l'unica rispetto cui l'insieme \mathbb{Z} non è chiuso è la

Test

- 18** Qual è il risultato dell'espressione: $(5 \cdot 2) : 10$?
 A 0 B 1 C 2 D non è definito
- 19** Qual è il risultato dell'espressione: $10 : (5 \cdot 0)$?
 A 0 B 1 C 2 D non è definito
- 20** Qual è il risultato dell'espressione: $(5 \cdot 0) : 10$?
 A 0 B 1 C 2 D non è definito
- 21** Quale tra i seguenti numeri è un divisore di 1216?
 A 3 B 4 C 5 D 9
- 22** Quale tra i seguenti numeri è un divisore di 2121?
 A 3 B 4 C 5 D 9
- 23** Quale tra i seguenti numeri è multiplo di 11?
 A 451 B 452 C 453 D 454
- 24** Quale tra i seguenti numeri è multiplo di 9?
 A 951 B 457 C 963 D 881
- 25** Quale tra i seguenti numeri è primo?
 A 39 B 49 C 59 D 69
- 26** Quale delle seguenti è una coppia di numeri primi fra loro?
 A 21 e 51 B 12 e 22 C 49 e 35 D 51 e 61

B Verifica delle conoscenze

- 27** Quale dei seguenti numeri è divisibile per 6?
 A 182 B 482 C 384 D 533
- 28** Qual è il massimo comune divisore tra 18, 63, 99?
 A 1 B 3 C 6 D 9
- 29** Qual è il minimo comune multiplo tra 18, 80, 180?
 A 180 B 360 C 720 D 1080
- 30** Per determinare il prodotto di due potenze aventi la stessa base gli esponenti vanno:
 A sommati B sottratti C moltiplicati D divisi
- 31** Per determinare il quoziente di due potenze aventi la stessa base gli esponenti vanno:
 A sommati B sottratti C moltiplicati D divisi
- 32** Per elevare una potenza al quadrato, l'esponente della potenza va:
 A elevato al quadrato B moltiplicato per 2 C diviso per 2 D nessuna delle precedenti

Vero o falso?

- | | | | |
|---|---|--|---|
| 33 $(10 + 2) - (8 + 2) = 10 - 8$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F | 43 ogni numero naturale è divisibile per 0 | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| 34 $99 : 9 = (99 : 3) : (9 : 3)$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F | 44 0 è divisibile per ogni numero naturale diverso da zero | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| 35 $99 : (9 + 3) = 99 : 9 + 99 : 3$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F | 45 $ -3 = +3$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| 36 $(99 + 9) : 9 = 99 : 9 + 9 : 9$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F | 46 $ +5 = -5$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| 37 $11 \cdot (99 - 99) = 11$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F | 47 se $a < 0$, la potenza a^n è negativa per ogni $n \in \mathbb{N}$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| 38 $0 : (9 + 1)$ è una scrittura priva di significato | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F | 48 $(9^3)^2 = 9^9$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| 39 $9 : 0$ è una scrittura priva di significato | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F | 49 $10^8 : 10^2 = 10^6$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| 40 $(10 + 15) \cdot 5 = 5 \cdot 15 + 10 \cdot 5$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F | 50 $10^{10} : 10^2 = 10^5$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| 41 ogni numero naturale diverso da zero è divisibile per se stesso | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F | | |
| 42 ogni numero naturale è divisibile per 1 | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F | | |

C Esercizi guidati

Completa le seguenti scomposizioni in fattori primi.

- | | | |
|--|-----------------------------------|------------------------------------|
| 1 $126 = 2 \cdot 3 \cdot \dots$ | $128 = 2 \cdot \dots$ | $129 = 3 \cdot \dots$ |
| 2 $120 = 2 \cdot \dots \cdot 3 \cdot \dots$ | $130 = 2 \cdot \dots \cdot \dots$ | $140 = 2 \cdot \dots \cdot 7$ |
| 3 $108 = 2^2 \cdot 3 \cdot \dots$ | $192 = 2 \cdot \dots \cdot 3$ | $102 = \dots \cdot \dots \cdot 17$ |

Completa i seguenti esercizi in cui ti guidiamo a calcolare il massimo comune divisore e il minimo comune multiplo.

- 4** I divisori di 8 sono 1, 2, ..., 8; i divisori di 20 sono 1, 2, ..., ..., 10, 20. Dunque i divisori comuni di 8 e 20 sono e il loro massimo comune divisore è
- 5** I multipli (diversi da zero) di 6 sono 6, 12, ..., 24, ..., 36, ...; i multipli di 4 sono 4, 8, ..., 16, 20, ..., 28, ... quindi i multipli comuni di 6 e 4 sono e il loro minimo comune multiplo è

6 Si ha $45 = 3 \cdot 5$ e $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$, quindi $M.C.D.(45, 150) = 3 \cdot \dots = \dots$ e $m.c.m.(45, 150) = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 = \dots$

7 Si ha $250 = 2 \cdot 5^3$ e $200 = 2^3 \cdot 5^2$, quindi $M.C.D.(250, 200) = 2 \cdot 5^2 = \dots$ e $m.c.m.(250, 200) = 2^3 \cdot 5^3 = \dots$

Completa le seguenti uguaglianze in cui ti guidiamo a svolgere calcoli tra numeri relativi.

8 $-2 + (-3) - (-3) = -2 - \dots + \dots = \dots$ $-5 - (+7) - (-6) = -5 \dots 7 \dots 6 = \dots$

9 $(-2) \cdot (-3) \cdot (+3) = (+\dots) \cdot (+3) = \dots$ $(-2) \cdot (+3) \cdot (-4) = (-\dots) \cdot (-4) = +\dots$

10 $(-30) : (-15) : (-2) = (+\dots) : (-2) = \dots 1$ $(-100) : (-20) : (-5) = (\dots 5) : (-5) = -\dots$

Completa le seguenti uguaglianze in cui ti guidiamo a calcolare alcune potenze e ad applicare le proprietà delle potenze.

11 $(-5)^3 = -\dots$ $(-6)^2 = +\dots$ $(-2)^4 = \dots 16$ $(\dots)^3 = -125$ $(\dots)^5 = -32$

12 $7^3 \cdot 7^2 = 7^{\dots} = 7^{\dots}$ $7^{13} : 7^{11} = 7^{13-\dots} = 7^{\dots} = \dots$ $(2^3)^2 = 2^{3 \cdot \dots} = 2^{\dots} = \dots$

13 $2^4 \cdot 2^2 = 2^{\dots} = 2^{\dots} = \dots$ $7^{13} : 7^{13} = 7^{\dots} = 7^{\dots} = \dots$ $(3^3)^4 = 3^{3 \cdot \dots} = 3^{\dots}$

14 $(-4)^3 \cdot (+4)^2 = (-4)^3 \cdot (-4)^2 = (-4)^{\dots}$ $(+4)^3 \cdot (-4)^5 = -4^3 \cdot 4^5 = -4^{\dots}$

Stabilisci se ciascuna delle seguenti uguaglianze è corretta; in caso contrario, correggi gli errori.

15 $(-7)^2 = -49$ È esatta? SÌ NO Eventuale correzione

16 $(-5)^3 = -125$ È esatta? SÌ NO Eventuale correzione

17 $5^3 \cdot 5^4 = 5^{3 \cdot 4} = 5^{12}$ È esatta? SÌ NO Eventuale correzione

18 $(-4)^3 \cdot (-3)^3 = (+12)^3$ È esatta? SÌ NO Eventuale correzione

19 $(-4)^6 (+4)^8 = (-4)^{14}$ È esatta? SÌ NO Eventuale correzione

20 $(-4)^7 (+4)^5 = (-4)^{12}$ È esatta? SÌ NO Eventuale correzione

21 $(10^{10^3})^{10^2} = 10^{10^3 \cdot 10^2} = 10^{10^6}$ È esatta? SÌ NO Eventuale correzione

22 $(10^2)^{10} = (10^{10})^2$ È esatta? SÌ NO Eventuale correzione

Completa le seguenti tabelle in cui ti guidiamo a semplificare alcune espressioni numeriche.

23

Passi del procedimento	Semplificare l'espressione:
Esegui le potenze:	$2 \cdot (-3)^2 : 6 - (-2)^2 \cdot (-3) + 10 - 9 + (-88) : (-11) : (-4) =$ $= 2 \cdot (+9) : 6 - (\dots) \cdot (-3) + 10 - 9 + (-88) : (-11) : (-4) =$
Esegui moltiplicazioni e divisioni, nell'ordine in cui compaiono:	$= 18 : 6 - (\dots) + 10 - 9 + (+\dots) : (-4) =$
Esegui le divisioni rimaste:	$= 3 - (\dots) + 10 - 9 + (\dots) =$
Esegui la somma algebrica rimasta:	$= 3 + \dots + 10 - 9 - \dots = \dots$

24

Passi del procedimento	Semplificare l'espressione:
Esegui prima le potenze, le moltiplicazioni e le divisioni dentro le parentesi tonde:	$20 - [36 : 18 + 24 : (2^3 - 2)] - (2 \cdot 4 - 5) + 35 : 7 =$ $= 20 - [36 : 18 + 24 : (8 - 2)] - (\dots - 5) + 35 : 7 =$
Esegui le addizioni e le sottrazioni dentro le tonde:	$= 20 - [36 : 18 + 24 : 6] - \dots + 35 : 7 =$
Esegui ora tutte le divisioni:	$= 20 - [2 + \dots] - \dots + 5 =$
Esegui il calcolo dentro la quadra:	$= 20 - \dots - \dots + 5 = \dots$

C Esercizi guidati

25

Passi del procedimento	Semplificare l'espressione:
	$[(-2)^4]^3 : [(-2)^3 \cdot (-2)^7] + [(-2)^5]^2 : [(-2)^8 \cdot (-2)^2] =$
Applica la proprietà della potenza di potenza:	$= (-2)^{12} : [(-2)^3 \cdot (-2)^7] + (-2)^{10} : [(-2)^8 \cdot (-2)^2] =$
Applica la proprietà del prodotto di potenze con la stessa base:	$= (-2)^{12} : (-2)^{10} + (-2)^{10} : (-2)^{10} =$
Applica la proprietà del quoziente di potenze con la stessa base:	$= (-2)^{12-10} + (-2)^{10-10} =$
Calcola le potenze:	$= \dots + \dots = \dots$

26

Passi del procedimento	Semplificare l'espressione:
	$[(-3)^5]^3 : [(-3)^3 \cdot (+3)^8] =$
Osserva che è possibile riscrivere l'espressione in forma equivalente in modo che tutte le potenze abbiano la stessa base, così da poter utilizzare le proprietà delle potenze:	$= [(-3)^5]^3 : [(-3)^3 \cdot (-3)^8] =$
Applica la proprietà della potenza di potenza e del prodotto di potenze con la stessa base:	$= (-3)^{15} : (-3)^{11} =$
Applica la proprietà del quoziente di potenze con la stessa base:	$= (-3)^{15-11} =$
Calcola la potenza:	$= \dots$

D Esercizi da svolgere

1 Scomponi in fattori primi i seguenti numeri naturali: 135; 108; 132; 180; 1100, 1111.

Determina massimo comune divisore e minimo comune multiplo dei seguenti gruppi di numeri.

- 2 15, 16, 28 [M.C.D. = 1, m.c.m. = 1680]
- 3 125, 20, 30 [M.C.D. = 5, m.c.m. = 1500]
- 4 81, 51, 21 [M.C.D. = 3, m.c.m. = 9639]
- 5 35, 49, 70 [M.C.D. = 7, m.c.m. = 490]
- 6 10, 110, 1100 [M.C.D. = 10, m.c.m. = 1100]

Calcola il valore delle seguenti espressioni in N applicando, ove possibile, le proprietà delle potenze.

- 7 $4 \cdot 3^2 - 3 \cdot 2^2 + 2^3 - 6$ [26]
- 8 $(4 \cdot 2^2) : 8 + 36 : 3^2 - 20 : 4$ [1]
- 9 $[20 - (36 : 9 + 10 : 2 - 2^2) - (5^2 - 2 \cdot 2^3)]^2 : 6 - 1$ [5]
- 10 $\{[3 + 6 \cdot (2 + 2^2)] : 3 + 30 : 5 - 6 : 2\} : 4$ [4]
- 11 $[(2^6 \cdot 2^2)^2 : (2^5)^3]^3 - 1$ [7]
- 12 $[(3^8 : 3^6)^4 : (3^2)^3]^2 - 3^4$ [0]

- 13** $[(2^{12} : 2^{10})^4 : (2^3)^2]^2 - 2^0$ [15]
- 14** $2^7 \cdot (2^5)^2 : (2^4)^4 + 3^9 \cdot (3^2)^3 : (3^4)^3$ [29]
- 15** $[(16 : 8 : 2)^3 \cdot (24 : 6 : 2)^4 \cdot 2^7] : (2^3)^2$ [32]
- 16** $(16^4 : 8^3) : 2^4 + 27^2 : 81$ [17]
- 17** $\{[36 : (6 : 2)]^3 \cdot 12^4\} : (12^3)^2 - [(36 : 6 : 2)^3 \cdot 3^4] : (3^2)^3$ [9]

Calcola il valore delle seguenti espressioni in \mathbb{Z} applicando, ove possibile, le proprietà delle potenze.

- 18** $6 - (3 + 1 - 4) + (-2 + 10 - 5)$ [9]
- 19** $5 - (2 - 1 - 4) - (-3 + 7 - 2)$ [6]
- 20** $2 - [-3 - (-2 + 4 - 5)]$ [2]
- 21** $1 - [-2 - (-2 + 3 - 5)] - (-1 + 4)$ [-4]
- 22** $[4 + (-3)(-7)] : (-5) - (-10)$ [5]
- 23** $[3 - (-2)(+3) + (-10) : (-2) - (4 - 8)] : [-8 + (-2 + 4)]$ [-3]
- 24** $\{-5 - [3 - (-2)(+3) + (-2)(-2)]\} : (-3) - (-6)$ [12]
- 25** $[(-10)^{17} : (-10)^{14}]^2 : (-10^2)^2 - (-10)^0$ [99]
- 26** $|-6|^3 : (-2)^3 - |-8|^2 : (-2)^2$ [-43]
- 27** $\frac{(-2)^{12} : (-2)^7}{(-2)^3} + \frac{(-2)^{10} : (-2)^3}{(-2)^4}$ [-4]
- 28** $\{[(-3)^3 + (-10)(-2)]^4\}^2 : [(-7)^4 \cdot (-7)^2]$ [49]
- 29** $[(-8)^3 : (-64) - (-2)^2]^5 : (-4)^4$ [4]
- 30** $(-5)^7 \cdot (-5)^8 : [(+5)^2]^7 - (-4)^6 \cdot (-4)^3 : (+4)^8$ [-1]
- 31** $[(-8)^2]^2 : [(-4)^2 \cdot (-| -4 |)^3] : \{[(+2)^5]^2 : [(-2)^3]^3\}$ [2]