

Cose da sapere: - per poter risolvere il primo problema si può utilizzare il principio dei cassetti, in inglese pigeon hole principle, che può essere riassunto in questi termini: se vogliamo sistemare n oggetti identici in k cassetti, con $k < n$ allora in almeno un cassetto dovremo mettere due oggetti.

Sulla rete si trovano vari siti nei quali è possibile trovare informazioni su questo principio, che alcune volte può semplificarci la vita!

Problema 1. Iniziamo con il notare che tutti i divisori del numero 10^{2009} possono essere scritti nella forma: $2^a 5^b$, con a, b numeri interi entrambi compresi tra 0 e 2009. Notiamo che la parità dei due numeri porta a distinguere i seguenti quattro casi distinti:

a	b
pari	pari
pari	dispari
dispari	pari
dispari	dispari

componendo due divisori aventi gli esponenti del tipo precedente, possiamo notare che il loro prodotto non sarà mai un quadrato perfetto, perché almeno una potenza, o di 2 o di 5, avrà esponente dispari. Se scegliamo un altro numero, questo dovrà essere di uno dei tipi precedenti, e moltiplicando tale numero con il numero avente lo stesso tipo di parità degli esponenti, otterremo un quadrato perfetto. In questo caso abbiamo utilizzato il principio dei cassetti indicando con $k = 4$ il numero dei possibili casi che si possono presentare per gli esponenti delle potenze di 2 e 5, mentre con $n = 5$ il numero dei divisori scelti a caso.

Problema 3. Per prima cosa riscriviamo l'equazione nel seguente modo:

$$y = 3 - \frac{12}{x - 4}.$$

(Si può giungere a tale forma tramite un raccoglimento ed una divisione di polinomi.) Affinché i due valori x, y siano interi il numero intero $x - 4$ deve dividere il numero 12, quindi $x - 4$ deve essere un divisore intero di 12. I possibili divisori interi relativo di 12 sono:

$$\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12.$$

Per ognuno di tali valori possiamo determinare un valore di x che soddisfa la relazione $x - 4 = d$, con d divisore. Per ogni valore di x , tramite la relazione prima scritta possiamo trovare un valore di y , tale che la coppia (x, y) sia soluzione dell'equazione data. Le coppie soluzioni sono quindi 12 e si lascia al lettore la loro diretta determinazione.

Allego le risposte ai quesiti 2 e 3 inviatemi da uno studente del Liceo Scientifico di Gallarate.

a presto franco mario colombo