

## 2007 Cyprus MO/Lyceum

1. Se  $X = \frac{1}{2007\sqrt{2006} + 2006\sqrt{2007}}$  e  $Y = \frac{1}{\sqrt{2006}} - \frac{1}{\sqrt{2007}}$ , quale delle seguenti relazioni è corretta?

(A)  $X = 2Y$     (B)  $Y = 2X$     (C)  $X = Y$     (D)  $X = Y^2$     (E)  $Y = X^2$

2. La funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  è tale che  $f(0) = -1$  e  $f(xy) + f(x) + f(y) = x + y + xy + k$ ,  $\forall x, y \in \mathbb{R}$ , con  $k \in \mathbb{R}$  costante. Allora il valore di  $f(-1)$  è

(A) 1    (B) -1    (C) 0    (D) -2    (E) 3

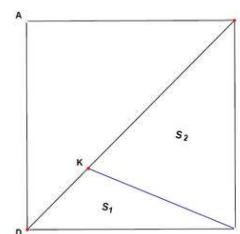
3. Se  $x_1, x_2$  sono le radici dell'equazione  $x^2 + ax + 1 = 0$  e  $x_3, x_4$  sono le soluzioni dell'equazione  $x^2 + bx + 1 = 0$ , allora il valore dell'espressione:

$$\frac{x_1}{x_2x_3x_4} + \frac{x_2}{x_1x_3x_4} + \frac{x_3}{x_1x_2x_4} + \frac{x_4}{x_1x_2x_3}$$

è:

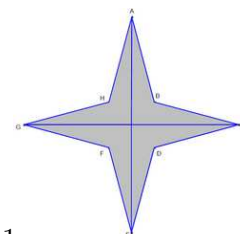
(A)  $a^2 + b^2 - 2$     (B)  $a^2 + b^2$     (C)  $\frac{a^2 + b^2}{2}$   
 (D)  $a^2 + b^2 + 1$     (E)  $a^2 + b^2 - 4$

4. Nel quadrato  $ABCD$  il segmento  $KB$  è uguale ad un lato del quadrato. Il rapporto tra le aree  $\frac{S_1}{S_2}$  è



(A)  $\frac{1}{3}$     (B)  $\frac{2}{3}$     (C)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$     (D)  $\sqrt{2} - 1$     (E)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$

5. Gli angoli interni concavi dell'ottagono equilatero  $ABCDEFGH$  misurano  $240^\circ$ . Le diagonali  $AE$  e  $GC$  sono perpendicolari, si bisecano scambievolmente, e hanno entrambe misura pari a 2.



(A)  $\frac{6 - 2\sqrt{3}}{3}$     (B) 8    (C) 1  
 (D)  $\frac{6 + 2\sqrt{3}}{3}$     (E) Nessuna delle precedenti è corretta.

6. Il risultato finale di una partita di football è 3-2. Quanti possibili risultati parziali alla fine del primo tempo si possono essere registrati?

- (A) 5    (B) 6    (C) 10    (D) 11    (E) 12

7. La cifra delle unità del numero:

$$a = 2^{2007} + 3^{2007} + 5^{2007} + 7^{2007}$$

è

- (A) 0    (B) 2    (C) 4    (D) 6    (E) 8

8. Quanti sottoinsiemi si posso formare utilizzando gli elementi dell'insieme  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ?

- (A) 7    (B) 14    (C) 49    (D) 64    (E) 128

9. 120 numeri di 5 cifre possono essere scritti con le cifre 1, 2, 3, 4, 5. Se si ordinano questi numeri in ordine crescente, la posizione occupata dal numero 41253 è

- (A) 71    (B) 72    (C) 73    (D) 74    (E) Nessuna delle precedenti.

10. Il punteggio medio registrato in 9 test di matematica da uno studente è 10 (nella scala 0-20). Se ordiniamo i risultati dei test in ordine crescente, allora il massimo valore che può aver ottenuto quale risultato del quinto test è:

- (A) 15    (B) 16    (C) 17    (D) 18    (E) 19