

## Flanders Mathematics Olympiad 1993-1994: First Round



1. Siano  $f(x) = x$ ,  $g(x) = x^2$ ,  $h(x) = \sqrt{x}$ . Quale tra le seguenti proposizioni è vera per ogni  $x \in \mathbb{R}^+$ ?

(A)  $f(x) \leq g(x)$     (B)  $h(x) \leq f(x)$     (C)  $h(x) \leq g(x)$   
 (D)  $g(x) \leq f(x)$     (E) Nessuna delle proposizioni precedenti.

2. In un sistema di coordinate ortonormale una retta verticale incontra la parabola di equazione  $y = \frac{1}{2}x^2$  in un punto  $A$  e interseca la linea di equazione  $x - y = 2$  in un punto  $B$ . La più piccola distanza possibile tra  $A$  e  $B$  è:

(A) 1    (B) 1.625    (C)  $\sqrt{2}$     (D) 1.5    (E) 2

3. Un cerchio è inscritto in un rombo avente le diagonali di lunghezze 6 e 8. Il raggio del cerchio è:

(A) 2    (B) 2.25    (C) 2.4    (D) 2.5    (E)  $\sqrt{12}$

4. Sia  $\alpha$  l'angolo formato da uno spigolo ed una diagonale (uscenti dallo stesso vertice) di un cubo. (La diagonale non giace su nessuna faccia del cubo). Allora  $\cos \alpha$  è:

(A)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$     (B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     (C)  $\frac{1}{2}$     (D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     (E)  $\sqrt{2}$

5. Quanti triangoli isosceli non congruenti possono essere costruiti quali possibili lunghezze dei lati dello stesso i valori  $3\text{ cm}$ ,  $7\text{ cm}$  o  $10\text{ cm}$ ?

(A) 3    (B) 4    (C) 6    (D) 7    (E) 9

6. Cento forzieri contengono ognuno lo stesso numero di monete. Se togliamo un certo numero di monete dal primo forziere, il doppio dal secondo, tre volte tale numero dal terzo e procediamo in tale modo fino a togliere dal centesimo forziere cento volte la somma tolta dal primo, possiamo notare che c'è una sola moneta nell'ultimo forziere e che le monete complessivamente rimanenti nei 100 forzieri è 14950. Quante monete conteneva ogni forziere inizialmente?

(A) 151    (B) 201    (C) 251    (D) 301    (E) 351

7. Per quali dei seguenti intervalli il numero  $\frac{2-x}{x-3}$  può essere il seno di un angolo per ogni valore  $x$  appartenente all'intervallo?

(A)  $[1, 3)$     (B)  $[0, 3)$     (C)  $(2, 3)$     (D)  $\left(-\infty, \frac{5}{2}\right]$     (E)  $\left(\frac{5}{2}, +\infty\right)$

8. Si consideri un quadrato di lato  $a$  e una retta  $L$  nel piano del quadrato e parallela ad un lato del quadrato. Una proiezione del quadrato su  $L$  è un segmento di lunghezza  $3a$ . La retta proiettante incontra  $L$  secondo un angolo  $\alpha$ . Allora  $\tan(\alpha)$  vale:

(A)  $\frac{1}{3}$     (B)  $\frac{1}{2}$     (C) 2  
(D) 3    (E) Nessuna delle risposte precedenti

9. Il triangolo  $ABC$  ha area  $S$ . Il triangolo  $XYZ$  è definito come segue:

$$(X - A) = 2(B - A), (Y - B) = 3(C - B), (Z - C) = 4(A - C).$$

L'area del triangolo  $XYZ$  è:

(A)  $14S$     (B)  $15S$     (C)  $16S$     (D)  $18S$     (E)  $20S$

**Nota.**  $(B - A)$  è il vettore avente modulo pari ad  $\overline{AB}$ , direzione la retta che passa per  $AB$ , e per verso quello da  $A$  a  $B$ .

10. É assegnata la retta  $a$  avente equazione  $y = \sqrt{3}x$  in un opportuno sistema di riferimento ortonormale. Si consideri le rette parallela ad  $a$  e passanti rispettivamente per i punti  $(1, 0)$  e  $(0, 1)$ . La distanza tra le due rette è:

(A) 2    (B)  $\sqrt{3}$     (C)  $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$     (D)  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$     (E)  $\sqrt{2}$